

## *Valutazione ed autovalutazione delle istituzioni scolastiche autonome*

# **La valutazione degli apprendimenti: matematica**

Conferenza di servizio

Istituto d'istruzione superiore "Di Marzio-Michetti" (Pescara)

Istituto d'istruzione superiore "A. D'Aosta" (L'Aquila)

**18 e 19 febbraio 2013**

(a cura di Monia LAI)

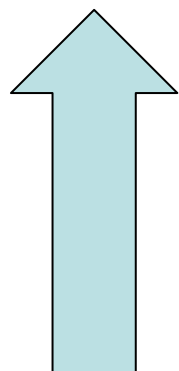
Gli item delle prove di matematica sono costruiti in relazione a due dimensioni: gli ambiti e i processi (raggruppati questi ultimi in macro-aree o macro-processi)

DATI E PREVISIONI

NUMERI

RELAZIONI E FUNZIONI

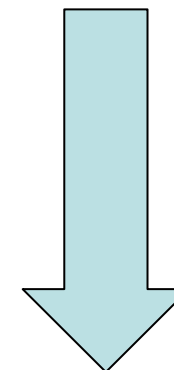
SPAZIO E FIGURE



APPRENDIMENTI  
DELLO STUDENTE  
COMPONENTI  
STRUTTURALI

AMBITI

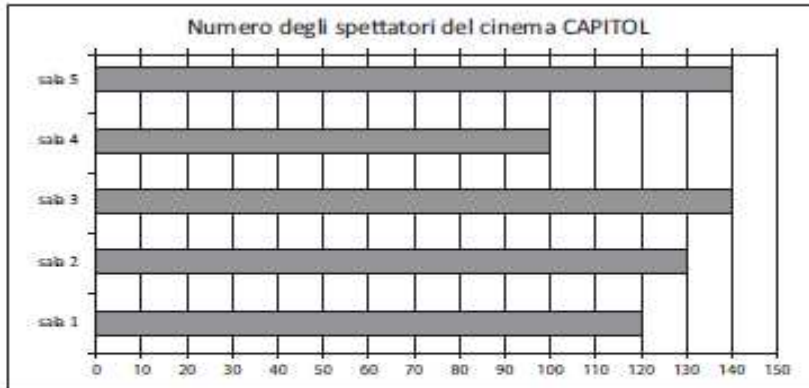
PROCESSI



MACRO-AREE	PROCESSI	
Concetti e procedure	1	Conoscere e padroneggiare i <b>contenuti specifici</b> della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...).
	2	Conoscere e padroneggiare <b>algoritmi e procedure</b> (in ambito aritmetico, geometrico...).
Rappresentazioni	3	Conoscere e padroneggiare diverse forme di <b>rappresentazione</b> e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...).
	8	Saper riconoscere le <b>forme nello spazio</b> (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...).
Modellizzazione	4	Saper <b>risolvere problemi</b> utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento <b>risolutivo</b> ...).
	5	Saper riconoscere in contesti diversi il <b>carattere misurabile</b> di oggetti e fenomeni e saper utilizzare <b>strumenti di misura</b> (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...).
	7	<b>Utilizzare la matematica appresa per il trattamento</b> quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).
Argomentazione	6	Acquisire progressivamente forme tipiche del <b>pensiero matematico</b> (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...).

# DATI E PREVISIONI

D12. Questo grafico rappresenta il numero di spettatori che sabato sera hanno assistito alle proiezioni nelle cinque sale del cinema *CAPITOL*.



a. Qual è stato il numero totale di spettatori presenti sabato sera nel cinema *CAPITOL*?

Risposta: .....

b. In media qual è stato il numero di spettatori per sala? Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

# RELAZIONI E FUNZIONI

E5. Se  $a$  è un numero dispari, quale delle seguenti affermazioni, relative a  $3(a+1)$ , è corretta?

- A.   $3(a+1)$  è dispari, perché il triplo di un numero è dispari
- B.   $3(a+1)$  è dispari, perché il prodotto di due numeri dispari è dispari
- C.   $3(a+1)$  può essere pari o dispari, perché, per esempio,  $3 \times 2 = 6$  e  $3 \times 5 = 15$
- D.   $3(a+1)$  è pari, perché  $(a+1)$  è un numero pari

# NUMERI

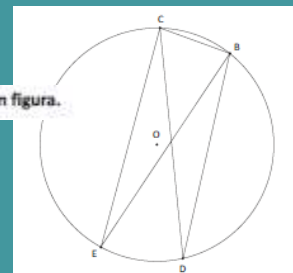
D9. Osserva questa espressione:  $3 - 3 + 6 : 3$

Quale dei seguenti problemi può essere risolto con l'espressione nel riquadro? Segna con una crocetta il problema.

La mamma compra per ognuno dei suoi tre bambini un quaderno che costa tre euro. Compra anche sei euro di materiale vario per la scuola. Quanto spende in tutto per ogni bambino?	Luigi compra per sé tre confezioni da tre matite ciascuna. Compra anche una confezione da 6 matite che divide con i suoi due fratelli. Quante matite ha in tutto Luigi?	Tre amiche comprano ognuna tre caramelle e sei cioccolatini. Si dividono i dolci tra loro in parti uguali. Quanti dolci avrà ognuna di loro?	Mario fa a piedi tre chilometri al giorno per tre giorni consecutivi; il giorno successivo fa sei chilometri. Quanti chilometri ha fatto in media al giorno?
Problema A <input type="checkbox"/>	Problema B <input type="checkbox"/>	Problema C <input type="checkbox"/>	Problema D <input type="checkbox"/>

# SPAZIO E FIGURE

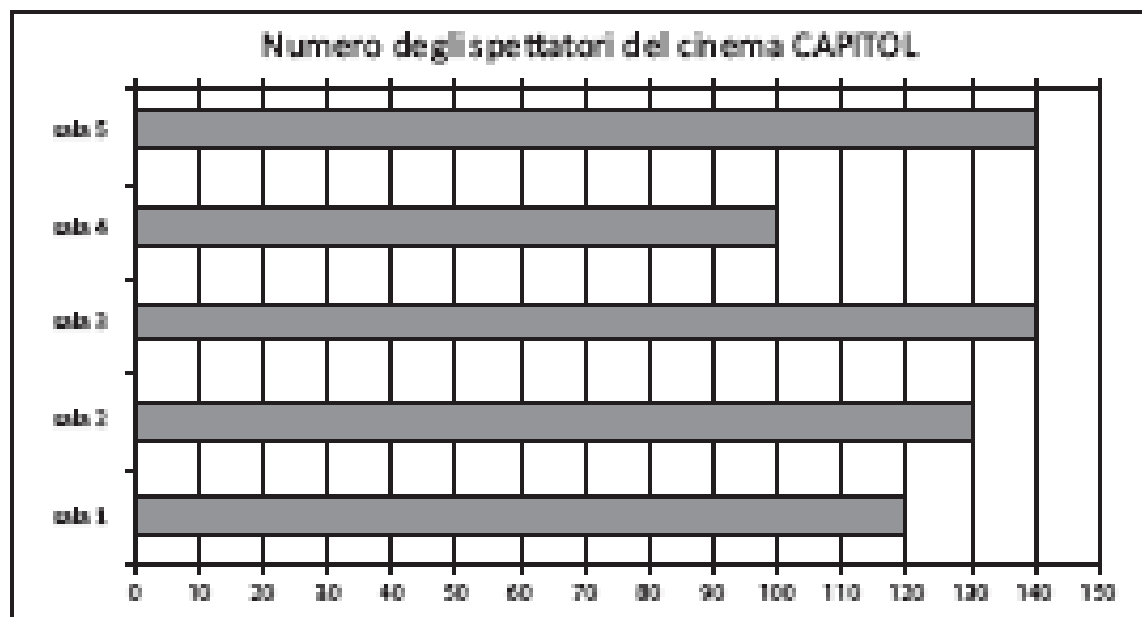
D13. Osserva la circonferenza di centro  $O$  rappresentata in figura.



Comunque siano presi i punti  $B, C, D, E$  sulla circonferenza, è possibile affermare che

- A.  il triangolo  $BCE$  è congruente al triangolo  $CBD$
- B.  il segmento  $BD$  è congruente al segmento  $CE$
- C.  l'angolo  $EBC$  è congruente all'angolo  $DCB$
- D.  l'angolo  $CEB$  è congruente all'angolo  $CDB$

**D12.** Questo grafico rappresenta il numero di spettatori che sabato sera hanno assistito alle proiezioni nelle cinque sale del cinema *CAPITOL*.



a. Qual è stato il numero totale di spettatori presenti sabato sera nel cinema *CAPITOL*?

Risposta: .....

b. In media qual è stato il numero di spettatori per sala? Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

.....  
 .....  
 .....

Risultato: .....

D9. Osserva questa espressione:  $3 \cdot 3 + 6 : 3$

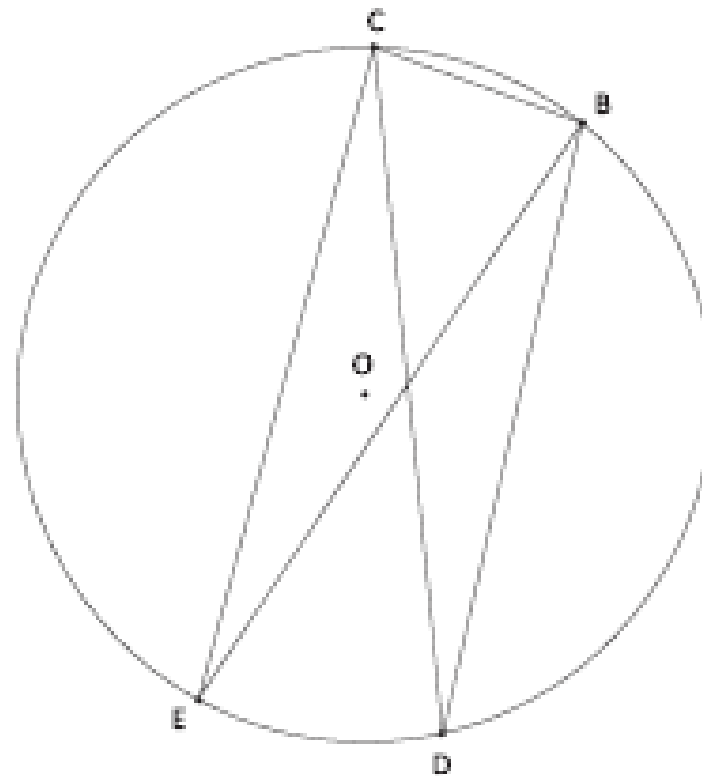
Quale dei seguenti problemi può essere risolto con l'espressione nel riquadro?  
Segna con una crocetta il problema.

<p>La mamma compra per ognuno dei suoi tre bambini un quaderno che costa tre euro. Compra anche sei euro di materiale vario per la scuola. Quanto spende in tutto per ogni bambino?</p>	<p>Luigi compra per sé tre confezioni da tre matite ciascuna. Compra anche una confezione da 6 matite che divide con i suoi due fratelli. Quante matite ha in tutto Luigi?</p>	<p>Tre amiche comprano ognuna tre caramelle e sei cioccolatini. Si dividono i dolci tra loro in parti uguali. Quanti dolci avrà ognuna di loro?</p>	<p>Mario fa a piedi tre chilometri al giorno per tre giorni consecutivi; il giorno successivo fa sei chilometri. Quanti chilometri ha fatto in media al giorno?</p>
<p>Problema A <input type="checkbox"/></p>	<p>Problema B <input type="checkbox"/></p>	<p>Problema C <input type="checkbox"/></p>	<p>Problema D <input type="checkbox"/></p>

**E5. Se  $a$  è un numero dispari, quale delle seguenti affermazioni, relative a  $3(a+1)$ , è corretta?**

- A.   $3(a+1)$  è dispari, perché il triplo di un numero è dispari
- B.   $3(a+1)$  è dispari, perché il prodotto di due numeri dispari è dispari
- C.   $3(a+1)$  può essere pari o dispari, perché, per esempio,  $3 \times 2 = 6$  e  $3 \times 5 = 15$
- D.   $3(a+1)$  è pari, perché  $(a+1)$  è un numero pari

D13. Osserva la circonferenza di centro  $O$  rappresentata in figura.

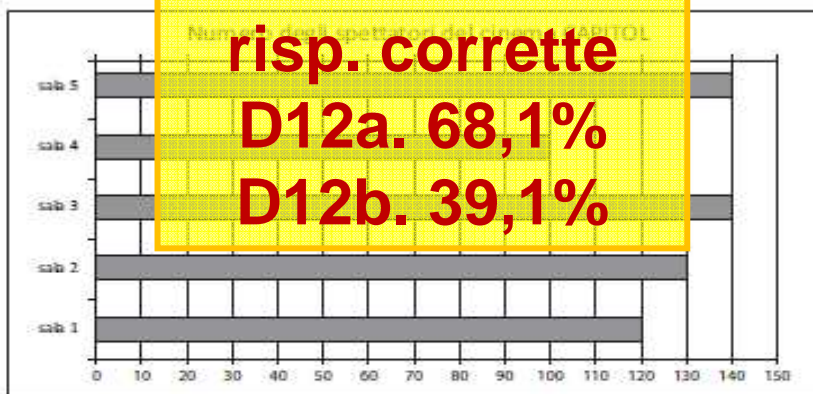


Comunque siano presi i punti  $B, C, D, E$  sulla circonferenza, è possibile affermare che

- A.  il triangolo  $BCE$  è congruente al triangolo  $CBD$
- B.  il segmento  $BD$  è congruente al segmento  $CE$
- C.  l'angolo  $EBC$  è congruente all'angolo  $DCB$
- D.  l'angolo  $CEB$  è congruente all'angolo  $CDB$

# DATI E PREVISIONI

D12. Questo grafico rappresenta il numero di spettatori che sabato sera hanno assistito alle proiezioni nelle cinque sale del cinema **CAPITOL**.



**risp. corrette**  
**D12a. 68,1%**  
**D12b. 39,1%**

- a. Qual è stato il numero totale di spettatori presenti sabato sera nel cinema **CAPITOL**?  
 Risposta: ..... **CLASSE V PRIMARIA**
- b. In media qual è stato il numero di spettatori per sala? Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

# NUMERI

D9. Osserva questa espressione:  $3 \cdot 3 + 6 : 3$

Quale dei seguenti problemi può essere risolto con l'espressione nel riquadro?

La mamma compra per ognuno dei suoi tre bambini un quaderno che costa tre euro. Compra anche sei euro di materiale vario per la scuola. Quanto spende in tutto per ogni bambino?	Luigi compra per ciascuna, anche una confezione da 6 matite che divide con i suoi due fratelli. Quante matite ha in tutto Luigi?	Tre amiche dividono i dolci tra loro in parti uguali. Quanti dolci avrà ognuna di loro?	Mario fa a piedi tre chilometri al giorno per tre giorni consecutivi; il giorno successivo fa sei chilometri. Quanti chilometri ha fatto in media al giorno?
Problema A <input type="checkbox"/>	Problema B <input type="checkbox"/>	Problema C <input type="checkbox"/>	Problema D <input type="checkbox"/>

**risp. corrette**  
**D9. 28,4%**

**CLASSE I SEC. I GRADO**

# RELAZIONI E FUNZIONI

**CLASSE III SEC. I GRADO**

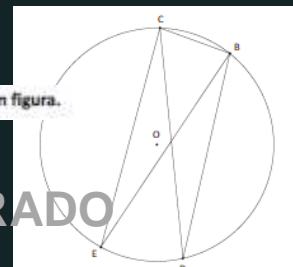
E5. Se  $a$  è un numero di...  $(a+1)$ , è corretta?

- A.   $(a+1)$  è dispari, perché il triplo di un numero è dispari  
 B.   $(a+1)$  è pari, perché il triplo di un numero è dispari  
 C.   $(a+1)$  è pari, perché il triplo di un numero è pari  
 D.   $(a+1)$  è pari, perché  $(a+1)$  è un numero pari

**risp. corrette**  
**E5. 57,1 (ma il 24,3 opta per l'esempio)**

# SPAZIO E FIGURE

D13. Osserva la circonferenza di centro  $O$  rappresentata in figura.



**CLASSE II SEC. II GRADO**

Comunque siano presi i punti  $B, C, D, E$  sulla circonferenza, è possibile affermare che

- A.  il triangolo  $BCE$  è congruente al triangolo  $CDE$   
 B.  il segmento  $BD$  è congruente al segmento  $CE$   
 C.  l'angolo  $EBC$  è congruente all'angolo  $DCE$   
 D.  l'angolo  $CEB$  è congruente all'angolo  $CDB$

**risp. corrette**  
**D13. 35%**



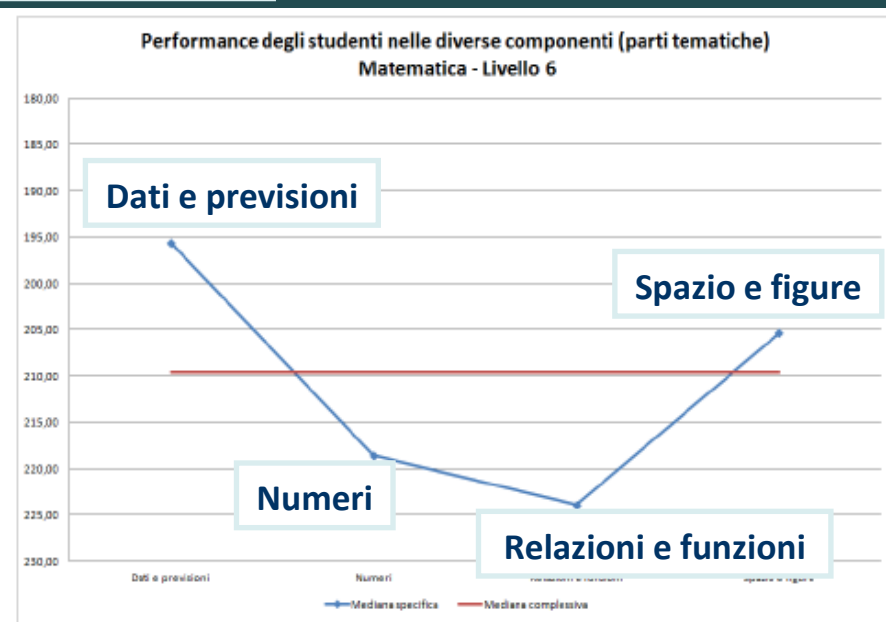
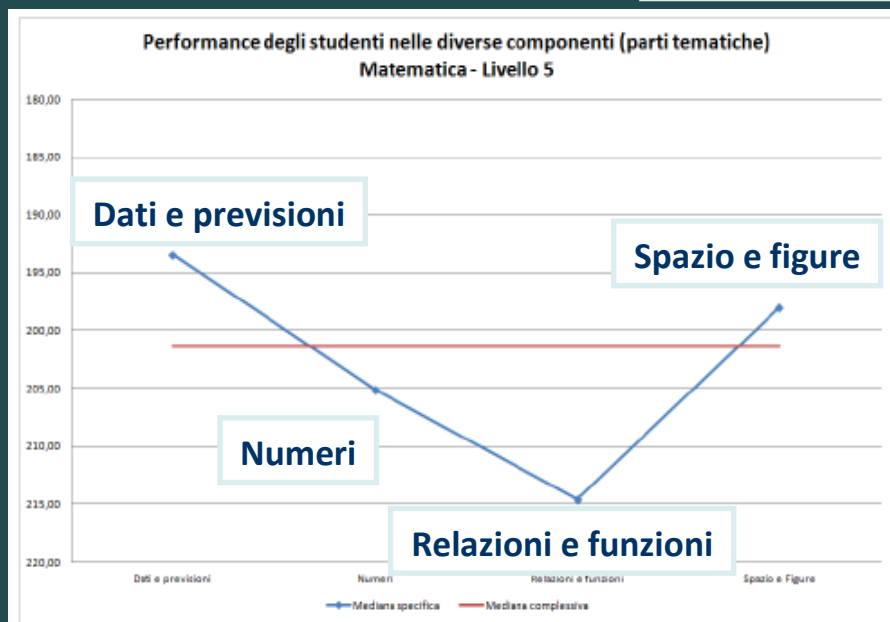
## “Non sono riferibili ad uno specifico ambito ma sono di tipo trasversale”

MACRO-AREE	PROCESSI	
<b>Concetti e procedure</b>	<b>1</b>	Conoscere e padroneggiare i <b>contenuti specifici</b> della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...).
	<b>2</b>	Conoscere e padroneggiare <b>algoritmi e procedure</b> (in ambito aritmetico, geometrico...)
<b>Rappresentazioni</b>	<b>3</b>	Conoscere e padroneggiare diverse forme di <b>rappresentazione</b> e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...).
	<b>8</b>	Saper riconoscere le <b>forme nello spazio</b> (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...).
<b>Modellizzazione</b>	<b>4</b>	Saper <b>risolvere problemi</b> utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...).
	<b>5</b>	Saper riconoscere in contesti diversi il <b>carattere misurabile</b> di oggetti e fenomeni e saper utilizzare <b>strumenti di misura</b> (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...).
	<b>7</b>	<b>Utilizzare la matematica appresa per il trattamento</b> quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...).
<b>Argomentazione</b>	<b>6</b>	Acquisire progressivamente forme tipiche del <b>pensiero matematico</b> (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...).

# PRIMARIA (Classe V) (SNV)

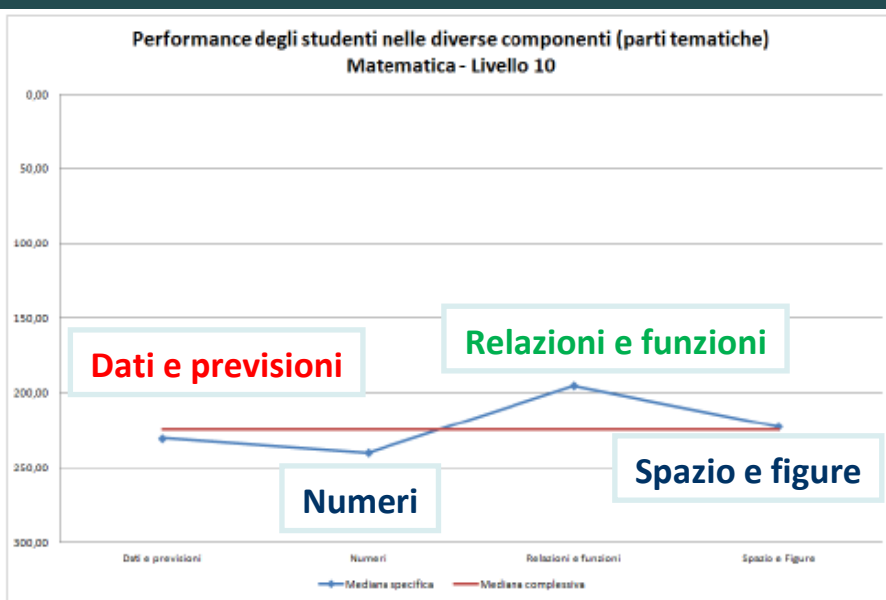
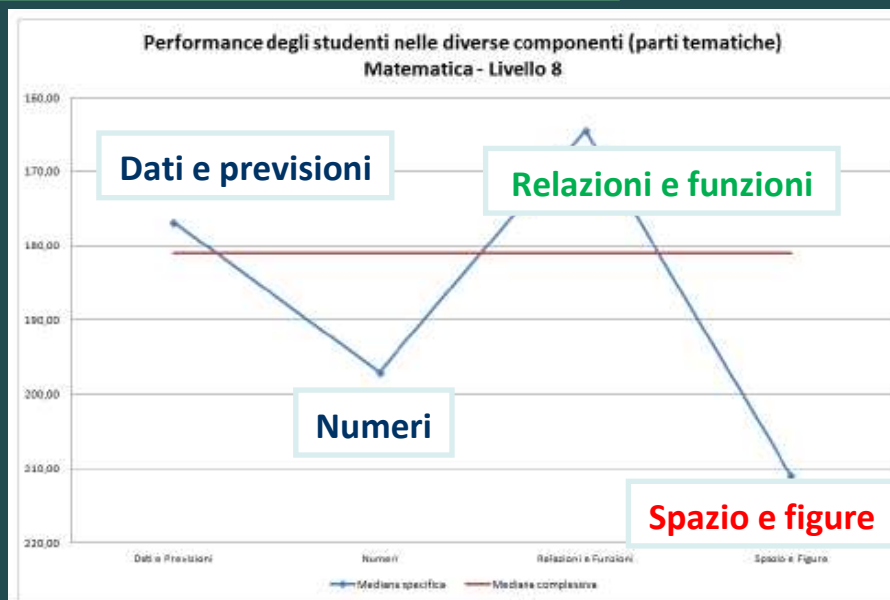
## PERFORMANCE PER AMBITO

# SEC. I GRADO (Classe I) (SNV)



# SEC. I GRADO (Classe III) (PN)

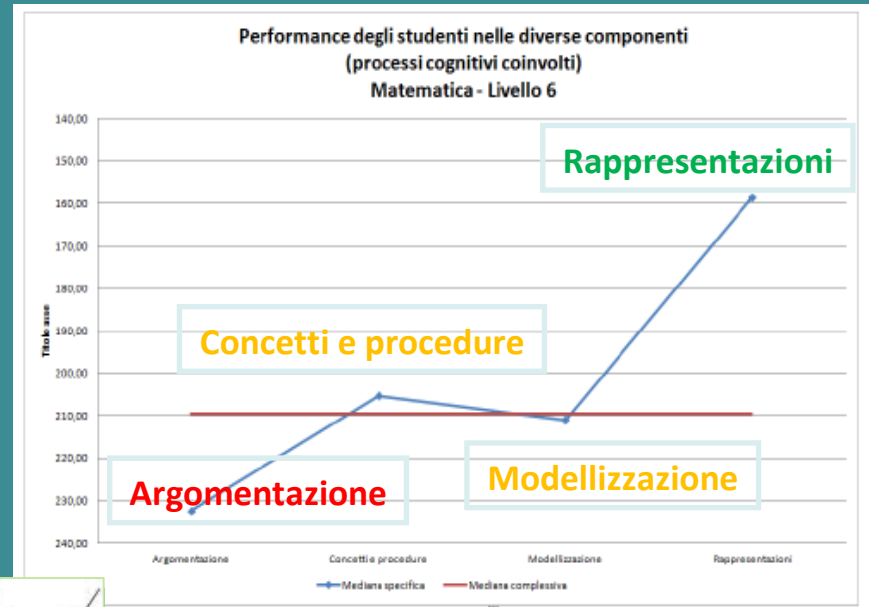
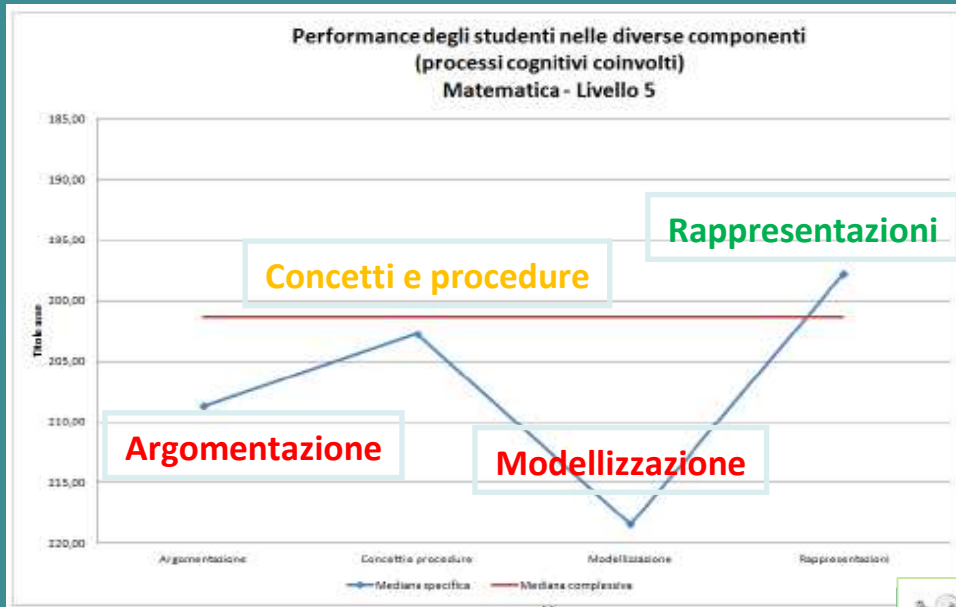
# SEC II GRADO (Classe II) (SNV)



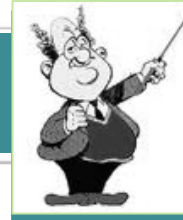
**PRIMARIA (Classe V) (SNV)**

**PERFORMANCE PER MACRO-AREE**

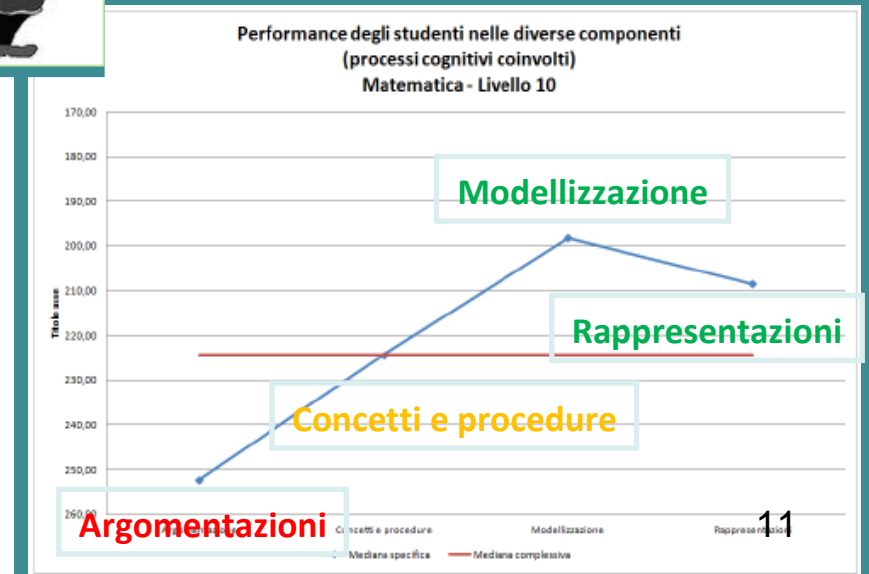
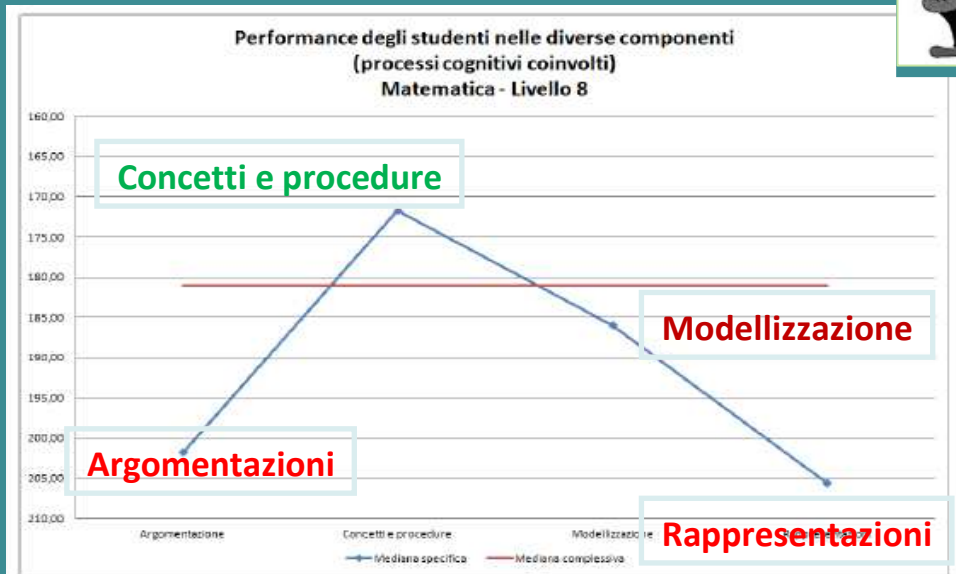
**SEC. I GRADO (Classe I) (SNV)**



**SEC. I GRADO (Classe III) (PN)**



**SEC II GRADO (Classe II) (SNV)**



## Alcune riflessioni tratte dai Quaderni pubblicati sul sito dell'INVALSI

### **DAL GRAFICO DELLE PERFORMANCE DELLA PRIMARIA (CLASSE V) EMERGE:**

#### **Performance più deboli nell'ambito delle **relazioni e funzioni****

Questo dato può essere motivato dal fatto che nella pratica didattica si dedica meno attenzione a questo ambito rispetto ad altri, forse perché le attività che possono migliorare le abilità relative agli obiettivi previsti per questo settore di conoscenza sono poco diffuse e forse anche poco conosciute. Si tratta infatti di quelle attività relative all'osservazione di oggetti, alla loro classificazione, alla ricerca di legami che possono essere espressi con parole o simboli. Si tratta di interpretare il linguaggio matematico e metterlo in relazione col linguaggio naturale. Troppo spesso nella scuola primaria questo ambito è relegato a mera compilazione di schede: ciò non permette la concettualizzazione indispensabile all'apprendimento perché non si realizza una riflessione sulle esperienze vissute dagli alunni nella vita quotidiana.

### **DA TUTTI E QUATTRO I GRAFICI DELLE PERFORMANCE EMERGE:**

#### **Performance più deboli per il macro-processo **“argomentazioni”****

La difficoltà in tale processo (comune a tutti gli ordini di scuola) è probabilmente dovuta a una prassi didattica abituata a insegnare procedure piuttosto che a sviluppare significati.

### **DAL GRAFICO DELLE PERFORMANCE NELLA PROVA NAZIONALE (CLASSE III SEC. I GRADO) EMERGE:**

#### **Performance più deboli in due macro-processo **“argomentazioni”** e **“rappresentazioni”****

È pur vero che gli item che si riferiscono a questi macro-processi riguardano principalmente l'ambito Spazio e figure che è quello in cui gli studenti hanno mostrato di non avere competenze adeguate. Quindi è difficile stabilire se, per gli studenti di III media, abbia un peso maggiore l'ambito di contenuto e quindi il singolo quesito o il processo; possiamo anche supporre che sia una combinazione di entrambi.

## Distribuzione dei processi per ambito nelle varie prove



	Numeri				Dati e previsioni				Relazioni e funzioni				Spazio e Figure			
	V	I	III	II	V	I	III	II	V	I	III	II	V	I	III	II
1	7	2	1	3	4	0	2	1	0	0	0	0	0	4	0	7
2	4	5	9	8	1	0	3	<b>4</b>	2	1	2	2	1	2	1	0
3	2	0	1	1	0	1	0	5	1	1	1	4	1	0	0	0
4	1	3	1	1	0	0	0	0	4	9	1	1	0	0	3	1
5	0	2	3	0	1	2	1	0	0	1	1	0	2	3	0	1
6	0	1	1	4	0	1	1	1	3	1	2	1	2	2	3	2
7	0	0	0	0	11	6	2	3	0	0	3	3	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	4	1

AMBITI	Primaria (V)	Sec. I grado (I)	Sec. I grado (III)	Sec. II grado (II)
Numeri	↓	↓	↓	↓
Dati e previsioni	↑	↑	↓	↓
Relazioni e funzioni	↓	↓	↑	↑
Spazio e figure	↑	↑	↓	→

MACRO-AREE	Primaria (V)	Sec. I grado (I)	Sec. I grado (III)	Sec. II grado (II)
Argomentazioni	↓	↓	↓	↓
Concetti procedure	↑	↑	↑	→
Modellizzazione	↓	→	↓	↑
Rappresentazioni	↑	↑	↓	↑

## Distribuzione dei processi per ambito nelle varie prove



Numeri	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	Spazio e Figure
V I III II	V I III II	V I III II	V I III II

AMBITI	Primaria (V)	Sec. I grado (I)	Sec. I grado (II)	Sec. II grado (II)
Numeri	↓	↓	↓	↓
Dati e previsioni	↑	↑	↓	↓

Analizzando le performance relativamente agli ambiti e ai processi, nell'ottica della verticalità, possiamo ricavare informazioni preziose:

1. sull'evoluzione delle capacità: ogni ordine di scuola apporta secondo proprie peculiarità aspetti migliorativi nelle performance

2. sulla necessità di consolidare alcune competenze (aspetto che può essere ulteriormente approfondito ricercando elementi di continuità con le prove dei livelli successivi) → **SCOGLI COGNITIVI (che necessitano di essere affrontati più volte nel percorso di insegnamento/apprendimento)**

8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	4	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

# Primaria (Classe V) e Sec. I grado (Classe I) (a.s. 2011/2012)

D3. Quale delle seguenti espressioni rappresenta il numero 603 360?

A.   $6 \times 10000 + 3 \times 1000 + 3 \times 100 + 6 \times 10$

B.   $6 \times 10000 + 3 \times 1000 + 3 \times 100 + 6$

C.   $6 \times 100000 + 3 \times 1000 + 3 \times 100 + 6$

D.   $6 \times 100000 + 3 \times 1000 + 3 \times 100 + 6 \times 10$

**Nella primaria (classe V) risponde correttamente il 68,5%**

**Nella sec. I grado (classe I) risponde correttamente il 58,5%**

D4. Quali delle seguenti scritture corrisponde al numero 1504?

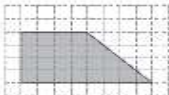
- A.   $4 \times 1 + 5 \times 100 + 1 \times 1000$
- B.   $4 \times 1 + 5 \times 10 + 1 \times 100$
- C.   $4 \times 10 + 5 \times 100 + 1 \times 1000$
- D.   $4 \times 1000 + 5 \times 100 + 1 \times 10$

Risposta corretta: D Si tratta di riconoscere la scrittura polinomiale del numero, pratica meno diffusa rispetto alla scomposizione in unità, decine e centinaia.	AMBITO PREVALENTE Numeri OGGETTO DI VALUTAZIONE Scrittura polinomiale dei numeri naturali.										
Commento	Classificazione										
<b>RISULTATI DEL CAMPIONE</b>	<b>PROCESSO PREVALENTE</b> Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra.										
<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>Non risponde</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10,9</td> <td>6,9</td> <td>10,2</td> <td>68,5</td> <td>0,1</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	C	D	Non risponde	10,9	6,9	10,2	68,5	0,1	Dalle Indicazioni per il curricolo 2007 <i>Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione.</i>
A	B	C	D	Non risponde							
10,9	6,9	10,2	68,5	0,1							

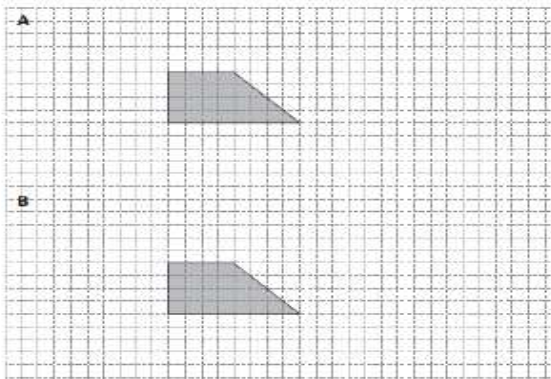
Risposta corretta: A Il quesito richiede la conoscenza della scrittura polinomiale di un numero naturale. La scelta del distrattore B può derivare dal non considerare lo zero e quindi dal leggere il numero come 154 invece di 1504. La scelta del distrattore C può derivare dal considerare il 4 al posto delle decine. Il distrattore D può essere scelto da chi	AMBITO PREVALENTE Numeri OGGETTO DI VALUTAZIONE Numeri naturali e loro rappresentazione in base dieci. PROCESSO PREVALENTE										
Commento	Classificazione										
legge il numero al contrario senza tener conto del valore di posizione. <b>RISULTATI DEL CAMPIONE</b>	<b>PROCESSO PREVALENTE</b> Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica										
<table border="1"> <thead> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>Non risponde</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>58,5</td> <td>10,8</td> <td>16,0</td> <td>9,8</td> <td>4,5</td> </tr> </tbody> </table>	A	B	C	D	Non risponde	58,5	10,8	16,0	9,8	4,5	Dalle Indicazioni per il curricolo 2007 <i>Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, con la consapevolezza del valore che le cifre hanno a seconda della loro posizione.</i>
A	B	C	D	Non risponde							
58,5	10,8	16,0	9,8	4,5							

# Primaria (Classe V) e Sec. I grado (Classe I) (a.s. 2011/2012)

D20. La figura che vedi di seguito corrisponde ai  $\frac{3}{4}$  di una figura più grande.



Disegna due della figura, una nello spazio A e una nello spazio B, da cui la figura che vedi sopra può essere stata ritagliata.



Risposta corretta: Tutte le figure a cui lo studente ha aggiunto un quarto, purché inglobino la figura iniziale.

Un altro modo per risolvere il quesito consiste nel calcolare l'area della figura (24), dividere per 3 (che corrisponde a 8 quadretti) e aggiungere i quadretti alla figura iniziale.

**RISULTATI DEL CAMPIONE**

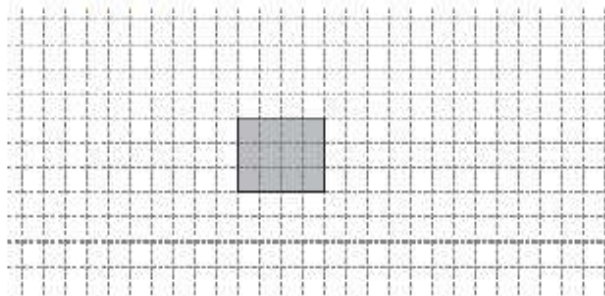
errata	corretta	Non risponde
66,6	9,1	23,3

**Nella sec. I grado (classe I) risponde correttamente il 9,1%**  
 (preoccupantemente bassa: si dimentica il significato perché si dà spazio al lato "procedurale" o perché si è creata una **MISCONCEZIONE** (non si è in grado di operare su una figura non usuale, diversa da quelle privilegiate, perché "non l'ho mai fatto, ma si potrà fare?")

D11. Il rettangolo che vedi di seguito corrisponde a  $\frac{1}{4}$  di una figura.



Disegna nello spazio qui sotto una delle possibili figure da cui il rettangolo è stato ritagliato.



Risposta corretta: è corretta qualsiasi figura che corrisponda ai  $\frac{4}{4}$ , della figura iniziale e che la inglobi.

**RISULTATI DEL CAMPIONE**

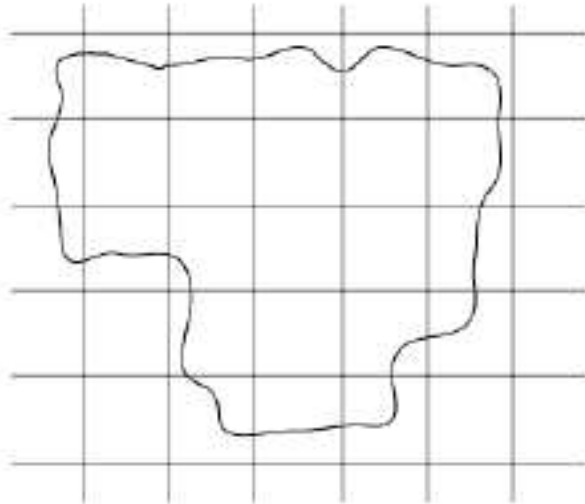
errata	corretta	Non risponde
48,3	40,3	10,8

**Nella primaria (classe V) risponde correttamente il 40,3%**  
 (alta ma non altissima se pensiamo a quanto si ragiona sulle frazioni)



13 Prova nazionale INVALSI 2009-2010

D18. Nella figura che vedi ogni quadretto ha il lato di 1 cm.



Quanto misura all'incirca l'area racchiusa dalla linea curva?

- A. Meno di  $8 \text{ cm}^2$
- B. Più di  $8 \text{ cm}^2$  e meno di  $13 \text{ cm}^2$
- C. Più di  $13 \text{ cm}^2$  e meno di  $25 \text{ cm}^2$
- D. Più di  $25 \text{ cm}^2$

Risposta corretta: C

Lo studente deve stimare l'area di una figura non regolare su una griglia quadrettata. L'area è sicuramente maggiore di 13. Infatti la figura ricopre completamente 7 quadretti, e altri 12 per più della metà, quindi la sua area è maggiore di  $7 + 12/2 = 13$ . Le diverse opzioni corrispondono a possibili errori degli studenti. L'opzione A corrisponde all'area dei quadretti interi (7) presenti nella figura, l'opzione B rappresenta una stima per difetto, l'opzione D è l'area di tutti i quadretti ricoperti anche solo parzialmente dalla figura (25).

Tipologia: Scelta multipla.

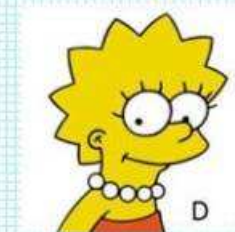
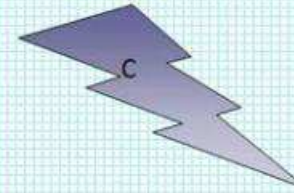
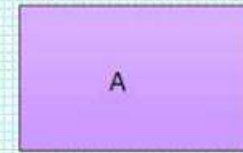
Ambito prevalente: Numeri.

Processo prevalente: Saper riconoscere il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura.

Nuovo Obbligo di Istruzione

- **Competenza** – Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico.
- **Abilità** – Valutare l'ordine di grandezza di un risultato.

Descrivi un procedimento per trovare l'area di ogni figura riportata qui sotto. Hai a disposizione un righello, la carta millimetrata e la calcolatrice



di Sandra Amatiste

**“ ... a 14 anni il concetto di area**

**(introdotta fin dalle elementari facendo leva su un certo tipo di ragionamento)**

**viene soppiantato da una regola mnemonica di calcolo”**

# Secondaria di II grado – Classe II (a.s. 2011/2012)

## Domanda

D11.

a. Osserva e completa la seguente tabella.

n	$(n-1)n(n+1)$
2	$1 \times 2 \times 3$
3	$2 \times 3 \times 4$
4	.....
5	.....

b. Giulia afferma: "Per ogni numero naturale  $n$  maggiore di 1,  $(n-1)n(n+1)$  è divisibile per 6". Spiega perché Giulia ha ragione.

.....

.....

.....

c. Francesco afferma: " $n^3 - n$  è uguale a  $(n-1)n(n+1)$ ". Dimostra che Francesco ha ragione.

.....

.....

.....

**SOLO IL 19,1 %  
risponde correttamente  
al punto b)**

Commento	Classificazione										
<p>D11a - Risposta corretta:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th><math>(n-1)n(n+1)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td><math>1 \times 2 \times 3</math></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td><math>2 \times 3 \times 4</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td><math>3 \times 4 \times 5</math></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td><math>4 \times 5 \times 6</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>L'item ha lo scopo di offrire agli studenti la possibilità di qualche esplorazione e osservazione che può essere utile per rispondere all'item b, molto più impegnativo. Per rispondere è sufficiente che gli studenti abbiano capito l'istruzione espressa nella tabella con linguaggio simbolico: in questo compito dovrebbero essere aiutati dai due esempi riportati per <math>n = 2</math> e per <math>n = 3</math>.</p> <p>D11b</p> <p>Accettabili tutte le spiegazioni che fanno esplicito riferimento al fatto che il prodotto di tre numeri naturali consecutivi è divisibile per 6, perché tra tre numeri naturali consecutivi c'è (almeno) un multiplo di 2 (numero pari) e c'è un multiplo di 3.</p> <p>Questo item è teso a valutare la presenza di competenze argomentative.</p> <p>Le regolarità della "semiretta dei numeri naturali" e dei multipli/divisori (ogni <math>n</math> numeri <math>c</math> è un numero divisibile per <math>n</math> o un</p>	n	$(n-1)n(n+1)$	2	$1 \times 2 \times 3$	3	$2 \times 3 \times 4$	4	$3 \times 4 \times 5$	5	$4 \times 5 \times 6$	<p>AMBITO PREVALENTE</p> <p>Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE</p> <p>D11a - Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica</p> <p>D11b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico</p> <p>Indicazioni nazionali e linee guida</p> <p>Passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico.</p> <p>Elementi di base del calcolo letterale, le proprietà dei polinomi e le operazioni tra di essi.</p> <p>Capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.</p> <p>I numeri naturali, interi, ordinamento e loro rappresentazione su una retta.</p> <p>Le espressioni letterali e i polinomi.</p> <p>Operazioni con i polinomi</p>
n	$(n-1)n(n+1)$										
2	$1 \times 2 \times 3$										
3	$2 \times 3 \times 4$										
4	$3 \times 4 \times 5$										
5	$4 \times 5 \times 6$										

Commento			
<p>multiplo di <math>n</math>) unitamente alla proprietà che se un numero è multiplo di due numeri primi <math>a</math> e <math>b</math> allora è multiplo di <math>ab</math>, portano alla risposta che, però, può essere data anche senza utilizzare queste proprietà generali, ma facendo riferimento esclusivamente agli schemi "pari-dispari" e "multipli di 3".</p> <p>D11c</p> $(n-1)n(n+1) = (n^2 - n)(n+1) = n^3 + n^2 - n^2 - n = n^3 - n$ <p>O altre espressioni equivalenti come, ad esempio, <math>(n^2 - 1)n = n^3 - n</math></p> <p>Si tratta di un classico problema di trattamento nel registro di rappresentazione simbolico.</p>			
RISULTATI DEL CAMPIONE			
	errata	corretta	Non risponde
D11a	5,7	85,0	8,9
D11b	32,0	19,1	47,3
D11c	34,2	20,2	44,1

**Si perde nella "sintassi" perché spesso guidato da una bussola "fuori uso", quella dei calcoli ciechi e senza scopo.**

# Secondaria di II grado – Classe II (a.s. 2011/2012)

- D19. Giovanni afferma che  $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$  è maggiore di  $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$ . Ha ragione?
- A.  Giovanni ha ragione perché quando si eleva a potenza una qualsiasi frazione il risultato diminuisce all'aumentare dell'esponente.
- B.  Giovanni non ha ragione perché l'esponente della seconda frazione è maggiore dell'esponente della prima.
- C.  Giovanni ha ragione perché moltiplicando  $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$  per  $\frac{3}{40}$ , che è minore di 1, si ottiene un numero minore di  $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ .
- D.  Giovanni non ha ragione perché calcolando  $\left(\frac{3}{40}\right)^{81}$  si ottiene una frazione con un numeratore maggiore di quello di  $\left(\frac{3}{40}\right)^{80}$ .

<p>Risposta corretta: C Le varie opzioni presentano semplici e brevi argomentazioni. Gli studenti devono comprendere che solo la C è corretta. Infatti l'opzione A non è valida in generale: <math>(3/2)^n</math>, con <math>n</math> numero naturale variabile, è uno degli infiniti controesempi possibili. L'affermazione relativa agli esponenti contenuta in B si limita a considerare gli esponenti ed è errata, perché non tiene conto del fatto che la frazione <math>3/40</math> rappresenta un numero razionale minore di 1.</p>	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>PROCESSO PREVALENTE</b> Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico</p> <p><b>Indicazioni nazionali e linee guida</b> <i>Capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella</i></p>
--	--

Commento					Classificazione
<p>Anche l'opzione D contiene un'affermazione nel complesso errata, perché non tiene conto del fatto che il denominatore di <math>(3/40)^{81}</math> è maggiore del denominatore di <math>(3/40)^{80}</math>. Naturalmente lo studente può aiutarsi, per rispondere, con un calcolo diretto con la calcolatrice, anche se il confronto tra gli esponenti e la considerazione del fatto che <math>3/40</math> è minore di 1 consentono di individuare l'opzione corretta.</p>					<p><i>rappresentazione decimale. Proprietà delle operazioni. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà. Calcolare semplici espressioni con potenze.</i></p>
RISULTATI DEL CAMPIONE					
A	B	C	D	Non risponde	
25,1	26,0	25,9	18,1	4,1	

**SOLO IL 25,9%  
risponde correttamente  
ma non c'è una  
risposta aperta**

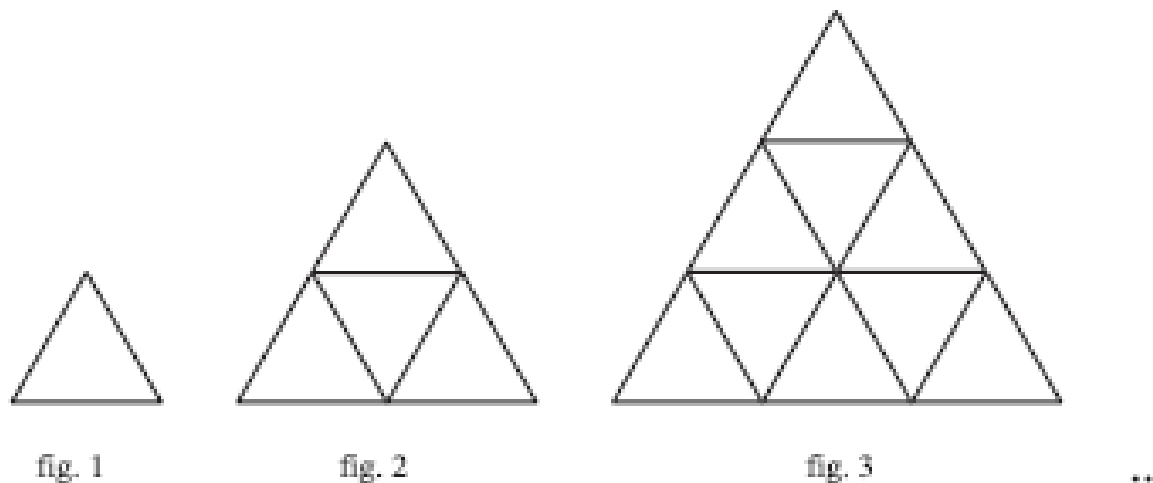
# Secondaria di II grado – Classe II (a.s. 2011/2012)

Domanda		Commento	Classificazione							
<p><b>D23.</b> Un turista italiano in viaggio in Svizzera, prima di cambiare i suoi euro in franchi, esamina le seguenti proposte fatte da due banche:</p> <p>Banca A: 1 euro viene scambiato con 1,412 franchi senza spese.</p> <p>Banca B: 1 euro viene scambiato con 1,416 franchi con una commissione fissa di 2 franchi.</p> <p>a. Se il turista cambia 300 euro, quanti franchi ottiene presso la banca A?</p> <p>Risposta: ..... franchi</p> <p>Carlo afferma che, qualunque sia la somma che si vuole cambiare, è sempre più conveniente la banca A.</p> <p>b. Carlo ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.</p> <p><input type="checkbox"/> Carlo ha ragione perché .....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p><input type="checkbox"/> Carlo non ha ragione perché .....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Risposta corretta: D23a - 423,60.</p> <p>Accettabile qualunque altra cifra compresa tra 423 e 424 (estremi inclusi)</p> <p>D23b - Carlo non ha ragione perché .....</p> <p>Accettabile qualunque risposta che faccia riferimento (con o senza calcoli) al fatto che, a partire da una certa somma in poi, la spesa della commissione nella banca B (2 CHF) viene compensata dal cambio favorevole della banca B rispetto alla banca A (1,416 contro 1,412).</p> <p>La domanda richiede semplici competenze di calcolo; nel secondo item tali competenze sono finalizzate a giustificare un'affermazione e vanno quindi a verificare anche competenze argomentative, in particolare quelle che riguardano gli aspetti teleologici di un'argomentazione (ossia la capacità di utilizzare in modo pertinente le proprie conoscenze e abilità per conseguire una particolare finalità).</p> <p><b>RISULTATI DEL CAMPIONE</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>errata</th> <th>corretta</th> <th>Non risponde</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>D23a</td> <td>15,5</td> <td>66,8</td> <td>16,4</td> </tr> </tbody> </table>		errata	corretta	Non risponde	D23a	15,5	66,8	16,4	<p><b>AMBITO PREVALENTE</b> Numeri</p> <p><b>PROCESSO PREVALENTE</b> D23a - Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure D23b - Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico</p> <p><b>Indicazioni nazionali e linee guida</b> <i>Capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.</i> <i>Utilizzare le procedure del calcolo aritmetico (a mente, per iscritto, a macchina) per calcolare espressioni aritmetiche e risolvere problemi.</i></p>
	errata	corretta	Non risponde							
D23a	15,5	66,8	16,4							

**ERRATA      NON RISPONDE**

D23b	57,1	17,7	22,9
------	------	------	------

D21. Queste sono le prime tre figure di una sequenza.



Il lato del triangolo di figura 2 è il doppio di quello di figura 1 e la sua area è quattro volte più grande. Il lato del triangolo di figura 3 è il triplo di quello di figura 1 e l'area è nove volte più grande.

a) Un triangolo formato da 30 triangoli uguali a quello di figura 1 appartiene alla sequenza?

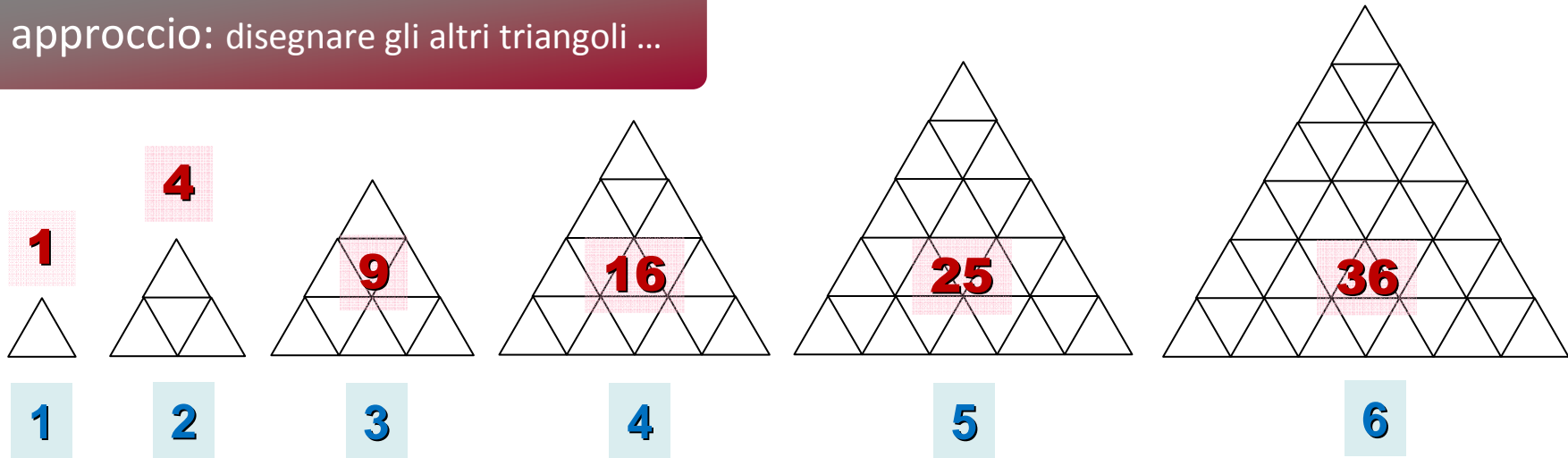
Sì

No

b) Giustifica la tua risposta:

.....  
.....  
.....

I approccio: disegnare gli altri triangoli ...



II approccio: vedere le potenze

$$1 = 1^2$$

$$4 = 2^2$$

$$9 = 3^2$$

...

III approccio: scoprire una ricorsione

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = n_1 + (2 + 1)$$

$$n_3 = n_2 + (3 + 2)$$

...

$$n_k = n_{k-1} + [k + (k - 1)]$$

IV approccio: ricavare una sommatoria

$$n + 2 \sum_{k=1}^n (k - 1)$$





## Alcune piste di approfondimento

**Gli item proposti richiedono eccessi di astrazione e formalismo?**

La formalizzazione eccessiva infatti esula da quell'irrinunciabile necessità ed efficacia di esprimere ed usare il pensiero matematico

**Gli aspetti algoritmici applicativi ed esecutivi quanto (nel nostro insegnamento) risultano fine a se stessi e quindi causa di performance negative da parte dei nostri studenti?**

**Viceversa: la ricerca di un apprendimento della "matematica utile" non rischia di allontanarla dalla matematica quale strumento di pensiero e dal proprio specifico statuto epistemologico?**

**Sapere che un proprio alunno ha risposto correttamente ad un quesito significa: comprendere perché e quali quesiti di tende a scegliere, a privilegiare,...**  
(le domande erano a risposta chiusa, l'argomento era stato approfondito, il quesito era già stato affrontato,...)

Sapere che un proprio alunno NON ha risposto correttamente ad un quesito significa comprendere se: ha incontrato particolari difficoltà su domande che esulano dalla routine dell'ambito scolastico, che non sono riconducibili alle tipologie scolastiche standard, rinuncia davanti alla richiesta di giustificare in modo "aperto" la propria risposta, il quesito prevedeva dei contenuti non trattati, necessitava di processi risolutivi non investigati,...



## Alcuni suggerimenti operativi

**Confronto verticale dei risultati attraverso le reti**

**Ordinare gli item per difficoltà percepita dal docente e confrontare tale ordinamento con quello delle performance dei propri studenti**

**Ragionare sull'incidenza delle mancate risposte**

**Quali differenze tra la valutazione dei docenti e i risultati delle prove**

**Elencare le cause "percepita" dei risultati delle prove e verificarle ragionando sui dati oggettivi**

**Individuare possibili "misconcezioni"**

**Ideare un protocollo di lettura dei dati (anche attraverso il coinvolgimento di esperti)**